L.Khnisse

A.S :2012/2013

Devoir de synthèse N°1

Classes $3^{ème}$M

M^r Zrafi

Durée: 2.h

Exercice N°1 :(2 pts)

1/ ABCD un losange de centre I ; alors $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{DC}$ est égal à

a) $-\frac{AC^2}{2}$ b) $\frac{AC^2}{2}$ c) $-\frac{AC^2}{4}$

2/ Soit A et B deux points distincts et soit I le milieu de [AB]. L'ensemble des points M tel que $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right).\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right)=0$ est :

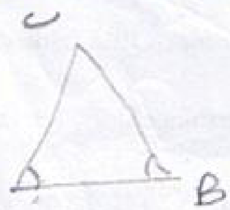
a) La droite (AB) b) la médiatrice de [AB] c) La perpendiculaire à (AB) passant par B

3/ Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{x^3-8}{2x^2-6x+4}$ on a alors :

a) $\lim_{x\to 1} f(x)=+\infty$ b) $\lim_{x\to 2} f(x)=+\infty$ c) La droite d'équation x = 1 est une asymptote à la courbe de f

Exercice N°2 :(4 pts)

Dans le plan orienté dans le sens direct. On désigne par ABC un triangle isocèle en C avec AC=4 et $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})\equiv\frac{49\pi}{6}[2\pi]$, .et ζ le cercle de centre C et de rayon4.



1/ Déterminer la mesure principale de$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

2/ Faite une figure

3/ Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$ et calculer AB.

4/ Soit D le point du plan tel que: $\begin{cases} AD=AB \\ (\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$.

a) Placer le point D

b) Calculer dét$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ et déduire l'aire du triangle ABC.

5/ La droite (AD) recoupe ζ en F.

a/ Vérifier que $(\widehat{\overrightarrow{FA},\overrightarrow{FB}})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Exercice N°3 :(6 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+5x-3}{x+1} & \text{si } x\in\left]-\infty\,,0\right[\setminus\{-1\}\\ 2+\sqrt{x^2+1} & \text{si } x\in\left[0\,,+\infty\right[\end{cases}$

1/ Calculer $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$; interpréter graphiquement les résultats obtenus

2/ Etudier la continuité de f sur son ensemble de définition

3/ a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b) Montrer que la droite $\Delta : y = 2x+3$ est une asymptote oblique à (Cf) au voisinage de $-\infty$

c) Etudier la position de (Cf) par rapport à Δ pour $x\in\left]-\infty;0\right[$

4/ a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Montrer que la droite $\Delta' : y = x+2$ est une asymptote oblique à (Cf) au voisinage de $+\infty$

c) Etudier la position de (Cf) par rapport à Δ' pour $x\in\left[0;+\infty\right[$

Exercice N°4 :(4 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O\,,\vec{i},\vec{j}\right)$

1/Construire le carré OABC tel que $A(2,\frac{\pi}{3})$ et $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}})\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$

2/ a-Déterminer les coordonnées polaires puis cartésiennes du point C.

b- Déterminer les coordonnées cartésiennes du point A.

3/ a-Déterminer les coordonnées polaires du point B.

b- Exprimer $\overrightarrow{OB}$ à l'aide de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC}$ puis déterminer les coordonnées cartésiennes du point B.

c- Déterminer alors les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$.

Exercice N°5 :(4 pts)

On donne $A(x)=\dfrac{\cos(2x)-1}{\sin(2x)}$

1/ Calculer $A\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ et $A\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$

2/ a) Déterminer le domaine de définition de $A(x)$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $\left[0\,;\,2\pi\right[$ l'équation $A(x)=0$

3/ a) Montrer que $A(x)=-\tan(x)$

b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$